

Ujian Tengah Semester April 2010

Rambu-rambu Jawaban

Mata Kuliah : Aljabar Linear

1. (i). ada empat variabel bebas, yaitu a, c, d , dan e . Basis $\mathbf{U} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$,

sedangkan $\dim \mathbf{U} = 4$.

- (ii). Ada tiga variabel bebas, yaitu b, d , dan e . Basis $\mathbf{W} = \left\{ \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$,

sedangkan $\dim \mathbf{W} = 3$.

- (iii). Ada dua variabel bebas, yaitu d dan e . Basis $\mathbf{U} \cap \mathbf{W} = \left\{ \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$, sedangkan

$\dim \mathbf{U} \cap \mathbf{W} = 2$.

- (iv). Basis $\mathbf{U} + \mathbf{W} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}$, dan $\dim \mathbf{U} + \mathbf{W} = 4$.

2. **Bukan ruang vektor**, karena (misalnya) tidak berlaku sifat distributif.

$$k \left(\begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \\ c_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \\ c_2 \end{pmatrix} \right) = k \begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \\ c_1 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \\ c_2 \end{pmatrix}$$

$$k \begin{pmatrix} a_1 + a_2 \\ b_1 + b_2 \\ c_1 + c_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ka_1 \\ 1 \\ kc_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} ka_2 \\ 1 \\ kc_2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} ka_1 + ka_2 \\ 1 \\ kc_1 + kc_2 \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} ka_1 + ka_2 \\ 2 \\ kc_1 + kc_2 \end{pmatrix}$$

3. (a). **W subspace** dari $V = \mathbb{R}^3$; karena :

$$(i) \quad \mathbf{0} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \in W, \text{ sebab } 2 \cdot 0 - 0 = 3 \cdot 0$$

(ii) Ambil $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in W$, dengan :

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \\ c_1 \end{pmatrix}, \text{ di mana } 2a_1 - b_1 = 3c_1 \rightarrow b_1 = 2a_1 - 3c_1, \text{ dan}$$

$$\mathbf{v} = \begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \\ c_2 \end{pmatrix}, \text{ di mana } 2a_2 - b_2 = 3c_2 \rightarrow b_2 = 2a_2 - 3c_2$$

$$k\mathbf{u} + l\mathbf{v} = \begin{pmatrix} ka_1 + la_2 \\ kb_1 + lb_2 \\ kc_1 + lc_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ka_1 + la_2 \\ k(2a_1 - 3c_1) + l(2a_2 - 3c_2) \\ kc_1 + lc_2 \end{pmatrix} \in W, \text{ sebab}$$

$$k(2a_1 - 3c_1) + l(2a_2 - 3c_2) = 2(ka_1 + la_2) - 3(kc_1 + lc_2).$$

Jadi **W** adalah **subspace V**.

(b). **W subspace** dari $V = \mathbb{R}^3$;

$$(i) \quad \mathbf{0} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \in W, \text{ sebab } \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 9 \cdot 0 \end{pmatrix}$$

(ii) Ambil $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in W$, dengan :

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_1 \\ 9a_1 \end{pmatrix}, \text{ dan } \mathbf{v} = \begin{pmatrix} a_2 \\ a_2 \\ 9a_2 \end{pmatrix}$$

$$k\mathbf{u} + l\mathbf{v} = \begin{pmatrix} ka_1 + la_2 \\ ka_1 + la_2 \\ 9ka_1 + 9la_2 \end{pmatrix} \in W, \text{ sebab komponen ke-3 adalah sembilan}$$

kalinya komponen pertama (atau sembilan kalinya komponen kedua); dan komponen pertama sama dengan komponen kedua).

Jadi **W** adalah **subspace V**.

4. Bergantung linear; misalnya : $p_1 + 2p_2 - 3p_3 + p_4 = 0$.

5. Kombinasi linearnya : $\mathbf{A} = -\mathbf{B} + 3\mathbf{C} - 2\mathbf{D}$

SEMOGA ANDA SUKSES